

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2001  
Sessione ordinaria**

- 7** Verificato che l'equazione  $x - e^{-x} = 0$  ammette una sola radice positiva compresa tra 0 e 1 se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2001**  
**Sessione ordinaria**

- 7** Posto  $f(x) = x - e^{-x}$ , la funzione è continua e assume agli estremi dell'intervallo  $[0; 1]$  valori di segno opposto. Per il teorema dell'esistenza degli zeri, esiste allora almeno uno zero. Se ci sono due zeri,  $x_1$  e  $x_2$  appartenenti a  $]0; 1[$ , deve valere  $f(x_1) = f(x_2) = 0$ . Pertanto per il teorema di Rolle esiste almeno un punto  $c \in ]x_1; x_2[$  tale che  $f'(c) = 0$ . Poiché la derivata prima  $f'(x) = 1 + e^{-x}$  è sempre positiva, la funzione è strettamente crescente e ciò va contro l'ipotesi di due zeri per  $f(x)$ . Quindi la funzione ha un solo zero cioè l'equazione  $x - e^{-x} = 0$  ha una sola radice positiva compresa tra 0 e 1. Si determina il suo valore approssimato attraverso il metodo delle tangenti. La derivata seconda è negativa nell'intervallo e  $f(0) = -1 < 0$ ; il punto di partenza è quindi  $x = 0$ . Di seguito è riportata la tabella che si ottiene attraverso la formula di ricorrenza  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ , fino a  $n = 6$ .

$n$	$x_{n+1}$
0	0,566311003
1	0,567143165
2	0,567143290
3	0,567143290
4	0,567143290
5	0,567143290
6	0,567143290

Il valore approssimato della radice dell'equazione è 0,567143290.