

- 4** Si dimostri che l'equazione  $\sin x = x - 1$  ha una e una sola radice  $\alpha$  e, utilizzando una calcolatrice tascabile, se ne dia una stima. Si descriva altresì una procedura di calcolo che consenta di approssimare  $\alpha$  con la precisione voluta.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2006**

- 4** Definita la funzione  $f(x) = \sin x - x + 1$ , questa è derivabile e quindi continua su  $\mathbb{R}$ ; la sua derivata prima vale:

$$f'(x) = \cos x - 1.$$

Scelto l'intervallo  $I = [1; 2]$ , risulta che:

$$f(1) \approx 0,841 > 0 \text{ e } f(2) \approx -0,090 < 0.$$

Pertanto, per il teorema degli zeri, esiste almeno un punto  $\alpha$  tale che  $f(\alpha) = 0$ . Inoltre, poiché:

$$f'(x) < 0 \quad \forall x \in ]1; 2[,$$

il punto  $\alpha$  è unico. Per stimare il valore di  $\alpha$  si può procedere, per esempio, con il metodo di bisezione e si ottiene la seguente tabella.

$a$	$f(a)$	$b$	$f(b)$	$\frac{a+b}{2}$	$f\left(\frac{a+b}{2}\right)$
1	0,841	2	-0,090	1,5	0,497
1,5	0,497	2	-0,090	1,75	0,234
1,75	0,234	2	-0,090	1,875	0,079
1,875	0,079	2	-0,090	1,938	-0,005

Si può proseguire così fino alla precisione voluta (la soluzione alla quarta cifra decimale è  $\alpha \approx 1,9346$ ).