

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2005**

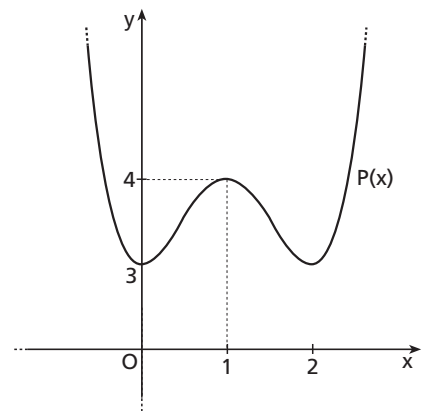
**7** Se  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 3$ , per quanti numeri reali  $k$  è  $f(k) = 2$ ? Si illustri il ragionamento seguito.

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO 2005

- 7** I numeri reali  $k$  richiesti sono gli zeri del polinomio  $P(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 3$ .  
Calcoliamo la derivata di  $P(x)$ . Si ha:

$$D(P(x)) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x^2 - 3x + 2) = 4x(x-2)(x-1),$$

quindi i punti stazionari di  $P(x)$  sono in 0, 1 e 2, e in particolare, studiando il segno della derivata, il primo e il terzo sono dei minimi, mentre in 1 c'è un massimo. Inoltre  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} P(x) = +\infty$ . Nell'intervallo  $]-\infty; 0[$  il polinomio è decrescente, ed essendo  $P(0) = 3 > 0$  in tale intervallo non ci sono soluzioni, come non ci sono soluzioni in  $]0; 1[$ , dove il polinomio è crescente. Infine, essendo l'unico minimo relativo nell'intervallo  $]1; +\infty[$  maggiore di 0 ( $P(2) = 3$ ), neanche in tale intervallo ci sono soluzioni. Non esistono quindi zeri reali del polinomio dato.



▲ Figura 5.